PHYSICS

1. $y = 2\times10^{10}$ न्यूटन/मी^{2}; $\frac{\Delta l}{l} = 0.01$

प्रति एकांक आयतन में किया गया कार्य

$$= \frac{1}{2}\times \text{प्रतिबल} \times \text{विकृति}$$

$$= \frac{1}{2}\times Y \times (\text{विकृति})^2 = \frac{1}{2}Y(\Delta l/l)^2$$

$$\therefore \quad u = \frac{1}{2}\times 2\times10^{10}\times\left(\frac{1}{100}\right)^2 = 10^6 \text{ जूल/मीटर}^3$$

2. माना कि तार की लम्बाई L है।
यदि तार की लम्बाई दोगुनी कर दी जाये, अनुदैर्ध्य विकृति निम्न होगी:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{2L-L}{L} = \frac{L}{L} = 1$$

$$\therefore \text{ यंग-गुणांक } Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

चूँकि विकृति = 1, अत: Y = प्रतिबल

3. $$Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

या अधिकतम विकृति $= \frac{\text{अधिकतम प्रतिबल}}{Y} = \frac{mglA}{Y}$

अब $A = 3\times10^{-6}$ मी^{2}

$$\therefore \quad m = \frac{Y\times \text{विकृति} \times A}{g}$$

$$= \frac{2\times10^{11}\times10^{-3}\times3\times10^{-6}}{10} = 60 \text{ किग्रा}$$

4. पदार्थ का यंग-गुणांक

$$Y = \frac{\text{रेखीय प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

यदि अनुदैर्ध्य विकृति एकांक हो, तो

Y = उत्पन्न रेखीय प्रतिबल

5. यंग-प्रत्यास्थता गुणांक के सूत्र के अनुसार

$$E = \frac{FL}{A\cdot\Delta L}$$

जहाँ ΔL स्प्रिंग में होने वाला प्रसार है।

$$\therefore \quad F = \frac{EA\Delta L}{L} \qquad \ldots(1)$$

अब हुक के नियम के अनुसार

$$F = K\Delta L \qquad \ldots(2)$$

जहाँ K स्प्रिंग नियतांक है।
समीकरण (1) एवं (2) की तुलना करने पर

$$K\Delta L = \frac{EA\Delta L}{L}$$

या, $$K = \frac{EA}{L}$$

दोलनकाल, $$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{ML}{EA}}$$

6. रेखीय प्रसार का सूत्र प्रयोग करने पर

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha\Delta T = 12\times10^{-6}\times(20^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})$$

$$= 12\times10^{-6}\times20$$

$$= 24\times10^{-5}$$

प्रति एकांक आयतन में संग्रहीत ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\times \text{यंग-गुणांक} \times (\text{विकृति})^2$$

$$= \frac{1}{2}\times10^{11}\times(24\times10^{-5})^2$$

$$= \frac{1}{2}\times10^{11}\times24\times24\times10^{-10} \text{ जूल/मी}^3$$

$$= 2880 \text{ जूल/मीटर}^3$$

7. धातुओं के लिये यंग-प्रत्यास्थता गुणांक का मान मिश्र-धातुओं एवं ऐलास्टोमरस (elastomers) की तुलना में अधिक होता है।

8. तार के प्रति एकांक आयतन की स्थितिज ऊर्जा है:

$$u = \frac{1}{2}\frac{(\text{प्रतिबल})^2}{\text{यंग-प्रत्यास्थता गुणांक}} = \frac{1}{2}\frac{S^3}{Y}$$

चूँकि प्रतिबल $S = \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$

$$\therefore \quad \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$$

चूँकि $F_1 = F_2$ (ज्ञात है)

$$\therefore \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{A_2}{A_1} \qquad \ldots(1)$$

चूँकि दो तार समान पदार्थ के बने हैं, अत: इनके यंग-गुणांक समान हैं।
अर्थात् $Y_1 = Y_2$

$$\therefore \quad \frac{u_1}{u_2} = \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right]^2$$

$$= \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 = \left(\frac{2}{1}\right)^4 = \frac{16}{1}$$

9. आयतन प्रत्यास्थता गुणांक

$$K = \frac{FV}{A\Delta V} = \frac{F}{A}\times\frac{V}{\Delta V} = \frac{mg}{A\left(\frac{\Delta V}{V}\right)}$$

$$= \frac{h\rho g}{(\Delta V/V)}$$

यहाँ $h = 400$ मीटर, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{0.2}{100}$

तथा $\rho = 1\times10^3$ किग्रा/मी^{3}, $g = 9.8$ मी/से^{2}

$$\therefore K = \frac{400\times10^3\times9.8}{(0.2/100)} = 196\times10^7 \text{ न्यूटन/मी}^2$$

$$= 1.96\times10^9 \text{ न्यूटन/मीटर}^2$$

अत: सही उत्तर विकल्प (e) है।

10. एक खिंचे हुए तार में प्रति एकांक आयतन संग्रहीत प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}Y\ (\text{विकृति})^2$$

प्रश्नानुसार,

$(\text{विकृति})_{\text{प्रथम तार}} = (\text{विकृति})_{\text{द्वितीय तार}}$

तथा $(Y_1 = Y_2)$ (चूँकि पदार्थ समान हैं।)

अत: $U_1 = U_2$ अर्थात् $U_1 : U_2 = 1:1$

इसलिए सही उत्तर विकल्प (d) है।

11. यदि केशनली की लम्बाई 5 सेमी से कम कर दी जाये (इस स्थिति में), तो नवचन्द्रक (meniscus) की त्रिज्या बढ़ जायेगी।

$$hr = h'r'$$

जब त्रिज्या बढ़ती है, तो स्पर्श कोण भी बढ़ता है।

13. जब केशनली को 6 सेमी की ऊँचाई पर तोड़ा जाता है, तो पानी के स्तम्भ की ऊँचाई 6 सेमी होगी।

चूँकि $$h = \frac{2s\cos\theta}{\rho rg}$$

या $$\frac{h}{\cos\theta} = \text{नियतांक}$$

$$\therefore \quad \frac{8}{\cos0^\circ} = \frac{6}{\cos\theta}$$

या $$\cos\theta = \frac{6\cos0^\circ}{8} = \frac{3}{4} \text{ या, } \theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

14. चूँकि द्रव की फिल्म में दो पृष्ठ हैं,

अत: $F = S(2l)$

या, $S = \frac{F}{2l} = \frac{2\times10^{-2} \text{ न्यूटन}}{2\times(10\times10^{-2} \text{ मीटर})}$

$= 10^{-1}$ न्यूटन/मीटर

$= 0.1$ न्यूटन/मीटर

15. जब द्रव की दो बूँदों को मिलाकर एक बूँद बनायी जाती है, कुछ ऊर्जा उत्सर्जित होती है क्योंकि अकेली बूँद के पृष्ठ का क्षेत्रफल दो बूँदों के पृष्ठ के कुल क्षेत्रफल से कम होगा। चूँकि पृष्ठ का क्षेत्रफल पृष्ठ ऊर्जा की माप है, अत: अकेली बूँद की पृष्ठ ऊर्जा दो बूँदों की कुल पृष्ठ ऊर्जा से कम होगी। फलस्वरूप कुछ ऊर्जा उत्सर्जित होगी।

16. यहाँ, पृष्ठ-तनाव, $S = 0.03$ न्यूटन/मीटर, $r_1 = 3$ सेमी $= 3\times10^{-2}$ मीटर, $r_2 = 5$ सेमी $= 5\times10^{-2}$ मीटर

चूँकि, बुलबुले में दो पृष्ठ होते हैं, अत: बुलबुले का प्रारम्भिक पृष्ठ क्षेत्रफल

$= 2\times4\pi r_1^2 = 2\times4\pi\times(3\times10^{-2})^2$

$= 72\pi\times10^{-4}$ मीटर^2

बुलबुले का अन्तिम पृष्ठ क्षेत्रफल

$= 2\times4\pi r_2^2 = 2\times4\pi(5\times10^{-2})^2\ 200\pi\times10^{-4}$ मी^{2}

पृष्ठ ऊर्जा में वृद्धि

$= 200\pi\times10^{-4} - 72\pi\times10^{-4} = 128\pi\times10^{-4}$

∴ किया गया कार्य

$= S\times$ पृष्ठ ऊर्जा में वृद्धि

$= 0.03\times128\pi\times10^{-4} = 3.84\pi\times10^{-4}$

$\cong 4\pi\times10^{-4}$ जूल $= 0.4\pi$ मिली जूल

17. माना कि प्रत्येक छोटी बूँद की त्रिज्या r है।

तब, बड़ी बूँद का आयतन $= 64\times$ प्रत्येक छोटी बूँद का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 64\times\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \quad R = 4r \qquad \ldots(1)$$

बड़ी बूँद का पृष्ठ क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$

64 छोटी बूँदों का पृष्ठ क्षेत्रफल $= 64\times4\pi r^2$

∴ पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि $= 64\times4\pi r^2 - 4\pi R^2$

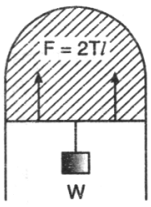
$= 4\pi[64r^2 - R^2] = 4\pi[4R^2 - R^2]$

$= 12\pi R^2$

आवश्यक ऊर्जा = पृष्ठ-तनाव $\times$ पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि

$= T\times12\pi R^2 = 12\pi R^2 T$

18. लम्बाई l के स्लाइडर पर ऊपर की दिशा में कार्यरत पृष्ठ-तनाव का बल, नीचे की दिशा में कार्यरत भार के कारण बल को सन्तुलित करता है।



$F = 2Tl = W$

या $2T(0.3) = 1.5\times10^{-2}$

$\therefore \quad T = \frac{1.5\times10^{-2}}{2\times0.3} = 0.025$ न्यूटन/मीटर

21. सन्तुलन में, समान स्तर (same level) पर द्रव के दाब बराबर होने चाहिएँ। U-नली की दोनों भुजाओं में स्तर D पर दाब का विचार करने पर :

तेल के h सेमी का दाब + पारे के $(20-h)$ सेमी का दाब

= कार्बन टैट्रा क्लोराइड के 20 सेमी का दाब

$$h\times0.9\times g + (20-h)\times13.6\times g = 20\times1.6\times g$$

हल करने पर, $h = \frac{240}{12.7} = 18.9$ सेमी

22. पानी के 3000 मीटर लम्बे स्तम्भ द्वारा तलहटी की पर्त पर आरोपित दाब

$P = h\rho g = 3000$ मी $\times$ 1000 किग्रा/मी^{3} $\times$ 10 मी/से^{2}

$= 3\times10^7$ न्यूटन/मीटर^2

भिन्नात्मक संपीड़न

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{P}{B} = \frac{3\times10^7 \text{ न्यूटन/मी}^2}{2.2\times10^9 \text{ न्यूटन/मी}^2}$$

$= 1.36\times10^{-2} = 1.36\%$

24. माना कि V_w = कोश में पानी द्वारा घेरा गया आयतन

V_a = कोश में हवा द्वारा घेरा गया आयतन

V_m = कोश में पदार्थ का आयतन

$$\therefore \quad \left(\frac{V_m + V_a + V_w}{2}\right)\rho_w g = V_m\rho_c\rho_w g + V_w\rho_w g$$

$$\therefore \quad V_w = V_m[1-2\rho_c] + V_a$$

यदि $\rho_c > \frac{1}{2}$, तब $V_w < V_a$

यदि $\rho_c < \frac{1}{2}$, तब $V_w > V_a$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

25. L = बेलन की लम्बाई

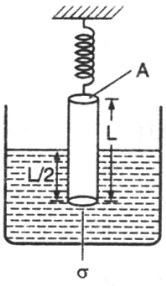
A = बेलन के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

$\frac{L}{2}$ = साम्य अवस्था में द्रव के अन्दर बेलन की लम्बाई

साम्य अवस्था में, द्रव के अन्दर बेलन का प्रभावी भार

= भार - उत्प्लावक बल

$$= Mg - \left(\frac{AL}{2}\right)\sigma g \qquad \text{(नीचे की ओर)}$$



साम्य अवस्था में,

ऊपर की ओर प्रत्यास्थ बल = प्रभावी नीचे की ओर बल

$$Kx_0 = Mg - \frac{AL}{2}\sigma g$$

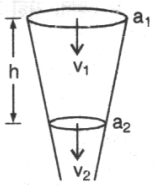
$$\therefore \quad x_0 = \frac{Mg}{k}\left[1 - \frac{LA\sigma}{2M}\right]$$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

26. यहाँ, $d_1 = 8\times10^{-3}$ मी,

$v_1 = 0.4$ मी/से तथा

$h = 0.2$ मी



गति की समीकरण के अनुसार,

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$$

$$= \sqrt{(0.4)^2 + 2\times10\times0.2}$$

$\simeq 2$ मी/से

अविरतता की समीकरण के अनुसार

$$a_1 v_1 = a_2 v_2$$

$$\therefore \quad \pi\times\left(\frac{8\times10^{-3}}{2}\right)^2\times0.4 = \pi\times\left(\frac{d_2}{2}\right)^2\times2$$

$$\therefore \quad d_2 = 3.6\times10^{-3} \text{ मीटर}$$

27. एक केशनली में द्रव के प्रवाह की दर है :

$$V = \frac{\pi P r^4}{8\eta l}$$

चूँकि केशनलियाँ श्रेणीक्रम में जुड़ी हैं, अत: सभी में प्रति सेकण्ड बहने वाले द्रव का आयतन नियत है।

$$\therefore \quad P \propto \frac{1}{r^4} \qquad \text{(चूँकि प्रत्येक केशनली की लम्बाई समान है)}$$

$$\therefore \quad \frac{P_3}{P_1} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^4$$

या, $\frac{8.1}{P_1} = \left(\frac{0.3}{0.6}\right)^4$

या, $P_1 = 16 \times 8.1 =$ पारे के 129.6 मिमी का दाब

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

28. सीमान्त वेग

$$v_T = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho - \sigma) g}{\eta}$$

या, $v_T \propto r^2$

या, $\frac{v_{T_1}}{v_{T_2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

वर्षा की बूँदों का घनत्व समान है।

अत: $m \propto (r)^3$

$\therefore \quad \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

अत: संवेगों का अनुपात,

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)\left(\frac{v_{T_1}}{v_{T_2}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

29. बरनौली की प्रमेय के अनुसार,

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{नियतांक}$$

$\therefore \quad P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{P}{2} + \frac{1}{2}\rho v'^2$

या, $\frac{P}{2} = \frac{1}{2}\rho (v^2 - v^2)$

या, $v'^2 = \frac{P}{\rho} + v^2$

या, $v' = \sqrt{v^2 + \frac{P}{\rho}}$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

30. वस्तु का सीमान्त वेग, वस्तु की त्रिज्या के वर्ग के समानुपाती होता है, अर्थात,

$v \propto r^2$

$\therefore \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{(R)^2}{(3R)^2} = 1 : 9$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

CHEMISTRY

31. (a) अभिक्रिया का वेग $= \frac{-\Delta[R]}{\Delta t}$

जहाँ ऋणात्मक चिन्ह प्रदर्शित करता है कि अभिक्रियकों की सान्द्रता घटने के साथ अभिक्रिया का वेग घटता है।

32. (c) अभिक्रिया का वेग = A के लुप्त होने का वेग

$$= -\frac{1}{2}\frac{\Delta[A]}{\Delta t} = -\frac{1}{2}\frac{(0.4 - 0.5) \text{ मोल लीटर}^{-1}}{10 \text{ मिनट}}$$

$= 0.005$ मोल लीटर$^{-1}$ मिनट$^{-1}$

33. (c) वेग $= -\frac{1}{5}\frac{\Delta[Br^-]}{\Delta t} = -\frac{1}{6}\frac{\Delta[H^+]}{\Delta t}$

अथवा $\frac{\Delta[Br^-]}{\Delta t} = +\frac{5}{6}\frac{\Delta[H^+]}{\Delta t}$

34. (b) 35.(b)

36. (d) प्रथम कोटि की अभिक्रिया के लिये

वेग $= k$ [अभिक्रियक]

[अभिक्रियक] $= \frac{\text{वेग}}{k} = \frac{2.40 \times 10^{-5}}{3.0 \times 10^{-5}} = 0.8$ मोल/लीटर

37. (c) निम्न अभिक्रिया के लिए,

$$2X + Y \longrightarrow Z$$

वेग $= -\frac{1}{2}\frac{d[X]}{dt} = \frac{d[Z]}{dt}$

$= 0.05$ मोल लीटर$^{-1}$ मिनट$^{-1}$

$-\frac{1}{2}\frac{d[X]}{dt} = 0.05$

$-\frac{d[X]}{dt} = 2 \times 0.05$

$= 0.1$ मोल लीटर$^{-1}$ मिनट$^{-1}$

38. (b) $2NO_2 \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} N_2O_4$

वेग $= -\frac{1}{2}\frac{d[NO_2]}{dt}$

$= k_1[NO_2]^2 - k_2[N_2O_4]$

$\therefore$ NO_2 के विलुप्त होने पर वेग,

अर्थात् $-\frac{d[NO_2]}{dt} = 2k_1[NO_2]^2 - 2k_2[N_2O_4]$

39. (d) यदि अभिक्रिया, प्रारम्भिक अभिक्रिया है,

कोटि = आण्विकता

40. (d)

41. (a) वेग नियतांक का मान सान्द्रता में परिवर्तन द्वारा अपरिवर्तित रहता है।

42. (c) द्वितीय कोटि की गतिकी के लिए,

वेग $= k$ [अभिकारक]^2

अत: दो समीकरण बनाइये जिसमें से प्रथम में प्रारम्भिक वेग (r) तथा सान्द्रता हो तथा द्वितीय समीकरण में तिगुनी सान्द्रता तथा अज्ञात वेग (r') सम्मिलित हो, इन दोनों समीकरणों की तुलना करके r तथा r' में अनुपात ज्ञात कीजिए।

अभिक्रिया, $x \longrightarrow y$ के लिए,

अभिक्रिया का वेग $(r) = k[x]^2$ ...(i)

x की सान्द्रता तिगुनी बढ़ाने पर

अभिक्रिया का वेग $(r') = k[3x]^2 = k \times [9x^2]$ ...(ii)

समी. (ii) को समी. (i) से भाग देने पर

$$\frac{r'}{r} = \frac{k \times [9x^2]}{k \times [x^2]} = 9$$

अत: y के निर्माण का वेग 9 गुना बढ़ जायेगा।

43. (b) वेग $(r) = k[A][B] = kab$

जब आयतन को एक चौथाई घटा दिया जाता है तो सान्द्रता 4 गुनी हो जाती है

अत:, $r' = k(4a)(4b) = 16kab$

$\therefore \quad r' = 16r$

44. (a) अम्ल की उपस्थिति में, ऐथिल ऐसीटेट का जल-अपघटन एक छद्म-एकाणुक अभिक्रिया है परन्तु k का वास्तविक मान H^+ आयनों की सान्द्रता पर निर्भर करता है। चूँकि H_2SO_4, HCl की अपेक्षा प्रबल अम्ल है अत: 0.05 M HCl की अपेक्षा, 0.05 M H_2SO_4 द्वारा अधिक (दोगुने) H^+ उत्पन्न होंगे। अत: $k_1 < k_2$

45. (a) nवीं कोटि की अभिक्रिया के लिए

$k =$ (मोल लीटर$^{-1}$)$^{1-n}$ सेकण्ड$^{-1}$

प्रथम कोटि की अभिक्रिया के लिए

k की इकाई = सेकण्ड$^{-1}$

शून्य कोटि की अभिक्रिया के लिए

k की इकाई = मोल लीटर$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$ = M सेकण्ड$^{-1}$

46. (a) $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C \xrightarrow{k_3} D$

$\because$ $k_3 > k_2 > k_1$

चूँकि k_1 मन्दतम है अतः $A \rightarrow B$ अभिक्रिया का दर निर्धारक पद है।

47. (a) मन्दतम पद वेग निर्धारक पद होता है। B के निर्माण (अर्थात् चरण I) मन्दतम पद है अतः चरण I वेग निर्धारक पद है।

48. (a) निम्न अभिक्रिया के लिए

$CCl_3CHO + NO \longrightarrow CHCl_3 + NO + CO$

$$\text{वेग} = \frac{dx}{dt} = k[CCl_3CHO][NO]$$

$$k = \frac{dx}{dt \times [CCl_3CHO][NO]}$$

$$= \frac{\text{मोल / लीटर}}{\text{सेकण्ड} \times \text{मोल / लीटर} \times \text{मोल / लीटर}}$$

k = लीटर मोल$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$

49. (d) माना $r = k[A]^n$ ...(i)

जब सान्द्रता दोगुनी हो जाती है, तब

$4r = k(2A)^n$ ...(ii)

समी (ii) को समी (i) से भाग देने पर

$4 = 2^n \quad \therefore \quad n = 2$

50. (c) किसी अभिक्रिया की कोटि, संतुलित रासायनिक समीकरण में अभिक्रियकों के स्टॉइकियोमीट्री गुणांकों का योग हो भी सकती है और नहीं भी।

51. (b) $\because$ कोटि = अभिक्रियकों की सान्द्रताओं पदों घातों का योग

$\therefore$ कोटि $= \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow$ वेग नियम, $= \frac{5}{2}$

52. (c) वेग नियम, $\frac{dx}{dt} = k[A]^1[B]^2[C]^0 = k[A]^1[B]^2$

अतः अभिक्रिया की कोटि $1 + 2 = 3$

53. (a) किसी शून्य कोटि की अभिक्रिया के लिए

$A \longrightarrow B$

$$\frac{-d[A]}{dt} = k[A]^0, \quad \frac{-d[A]}{dt} = k$$

54. (c)

55. (c) वेग नियतांक की इकाई = समय$^{-1}$/सान्द्रता$^{(n-1)}$

जहाँ n = अभिक्रिया की कोटि

प्रश्नानुसार, वेग नियतांक की इकाई = लीटर मोल$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$

$$\therefore \text{लीटर मोल}^{-1}\ \text{सेकण्ड}^{-1} = \frac{\text{सेकण्ड}^{-1}}{(\text{मोल लीटर}^{-1})^{n-1}} = \frac{\text{सेकण्ड}^{-1}}{(\text{लीटर मोल}^{-1})^{1-n}}$$

$$= \text{सेकण्ड}^{-1}\ (\text{लीटर मोल}^{-1})^{n-1}$$

अथवा $1 = n - 1$ अथवा $n = 2$

$\therefore$ अभिक्रिया की कोटि = 2

56. (b) शून्य कोटि की अभिक्रिया के लिए

$x = kt = 0.2$ मोल डेमी$^{-3} \times \frac{30}{60}$ घण्टा $= 0.1$ मोल डेमी$^{-3}$

अतः सान्द्रता $= 0.05$ मोल डेमी$^{-3}$

अतः प्रारम्भिक सान्द्रता $= 0.1 + 0.05$

$= 0.15$ मोल डेमी$^{-3}$

57. (a) अभिक्रिया के $\frac{2}{3}$ होने के लिए

$[A]_0 = a,\ [A] = a - \frac{2}{3}a = \frac{a}{3} \quad \because \quad t_{2/3} = \frac{2.303}{k} \log \frac{[A]_0}{[A]}$

$$= \frac{2.303}{5.48 \times 10^{-14}} \log \frac{a}{a/3} = \frac{2.303}{5.48 \times 10^{-14}} \log 3$$

$t_{2/3} = 2.01 \times 10^{13}$ सेकण्ड

58. (a) $t_{1/2} \propto \frac{1}{a^{n-1}}$

जब $n = 4 \Rightarrow t_{1/2} \propto \frac{1}{a^3}$

अतः अभिक्रिया की कोटि = 4

59. (a) ग्राफ से स्पष्ट है कि अभिक्रिया शून्य कोटि की है तथा अतः वेग नियतांक की इकाई = मोल लीटर$^{-1}$ सेकण्ड$^{-1}$

60. (a) $_{79}Au^{198} \xrightarrow{-\beta} {}_{80}Hg^{198}$

$$k = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{65}$$

260 घण्टे पश्चात्

$$k = \frac{2.303}{260} \log \frac{a}{a-x}$$

$$\frac{0.693}{65} = \frac{2.303}{260} \log \frac{a}{a-x}$$

$$\frac{a}{a-x} = 16 \Rightarrow \frac{1}{1-x} = 16$$

$$x = \frac{15}{16} \text{ ग्राम} = 0.9375 \text{ ग्राम}$$

MATHEMATICS

61. (b) दिए गए बिन्दु समरेखीय होंगे, यदि इन बिन्दुओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा अर्थात्

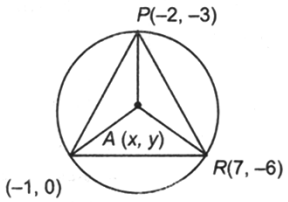
$$\frac{1}{2}[3(0-k) + h(k-3) + 0(3-0)] = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(-3k + hk - 3h) = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3k + 3h = hk$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{h} + \frac{1}{k} = \frac{1}{3}$$

62. (b) माना ΔPQR के निर्देशांक $P(-2, -3)$, $Q(-1, 0)$ व $R(7, -6)$ हैं तथा परिकेन्द्र A के निर्देशांक (x, y) हैं।



$AP^2 = AQ^2$

$\Rightarrow \quad (x+2)^2 + (y+3)^2$

$= (x+1)^2 + y^2$

$\Rightarrow \quad 4x + 6y + 13 = 2x + 1$

$\Rightarrow \quad 2x + 6y = -12$

$\Rightarrow \quad x + 3y = -6$ ...(i)

इसी प्रकार, $AP^2 = AR^2$

$\Rightarrow \quad (x+2)^2 + (y+3)^2 = (x-7)^2 + (y+6)^2$

$\Rightarrow \quad 4x + 6y + 13 = -14x + 12y + 85$

63. (d) माना त्रिभुज के तीसरे शीर्ष के निर्देशांक (x, y) हैं।

$$\therefore \quad \frac{x+3-7}{3} = 2 \quad \text{तथा} \quad \frac{y-5+4}{3} = -1$$

$\Rightarrow \quad x - 4 = 6$ तथा $y - 1 = -3$

$\Rightarrow \quad x = 10$ तथा $y = -2$

$\therefore$ तीसरे शीर्ष के निर्देशांक $(10, -2)$ हैं।

64. (d) माना बिन्दु $P(h, k)$ इस प्रकार है कि $PA = PB$

$\Rightarrow \quad PA^2 = PB^2$

$\Rightarrow \quad (h-1)^2 + (k-3)^2 = (h+2)^2 + (k-1)^2$

$\Rightarrow \quad 6h + 4k = 5$

$\therefore$ P के बिन्दुपथ का समीकरण निम्न है,

$$6x + 4y = 5$$

65. (b) $\because$ मूलबिन्दु $(1, 2)$ पर स्थानान्तरित किया जाता है। तब, किसी बिन्दु के निर्देशांक $(x' = x-1, y' = y-2)$ होंगे। ...(i)

प्रश्नानुसार, $y^2 - 8x - 4y + 12 = (y-2)^2 - 4a(x-1)$

गुणांकों की तुलना करने पर,

$4a = 8 \Rightarrow a = 2$

66. (c) माना y-अक्ष पर $\lambda:1$ अनुपात में काटती हो, जहाँ $x=0$

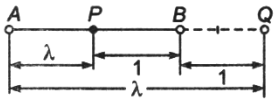
$$x = \frac{\lambda \cdot 1 + 1(-3)}{\lambda + 1} = 0$$

$\Rightarrow \quad \lambda - 3 = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda = 3$

अत: y-अक्ष पर $3:1$ के अनुपात में काटता है।

67. (a) माना P तथा Q जोकि लाइन AB को $\lambda:1$ के अनुपात में विभाजित करते हैं। दोनों अन्त: तथा बाह्यत: क्रमश: चित्र से



माना बिन्दु A तथा B के निर्देशांक (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) हैं।

$\therefore \quad P\left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1}\right)$

तथा $\quad Q\left(\frac{\lambda x_2 - x_1}{\lambda - 1}, \frac{\lambda y_2 - y_1}{\lambda - 1}\right)$

अब, $\quad |AP| = \sqrt{\left(x_1 - \frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1}\right)^2}$

$\Rightarrow \quad |AP| = \sqrt{\left(\frac{\lambda x_1 - \lambda x_2}{\lambda + 1}\right)^2 + \left(\frac{\lambda y_1 - \lambda y_2}{\lambda + 1}\right)^2}$

$\Rightarrow \quad |AP| = \left(\frac{\lambda}{\lambda + 1}\right)\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

पुन: $\quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

तथा $\quad |AQ| = \sqrt{\left(x_1 - \frac{\lambda x_2 - x_1}{\lambda - 1}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{\lambda y_2 - y_1}{\lambda - 1}\right)^2}$

$\Rightarrow \quad |AQ| = \sqrt{\left(\frac{\lambda x_1 - x_1 - \lambda x_2 + x_1}{\lambda - 1}\right)^2 + \left(\frac{\lambda y_1 - y_1 - \lambda y_2 + y_1}{\lambda - 1}\right)^2}$

$\Rightarrow \quad |AQ| = \left(\frac{\lambda}{\lambda - 1}\right)\sqrt{x_2 - x_1^2 + (y_2 - y_1)^2}$

स्पष्ट है $|AP|, |AB|$ तथा $|AQ|$ समान्तर श्रेणी में हैं।

68. (c) चूँकि $x = x_1 + t(x_2 - x_1)$

$\Rightarrow \quad x = x_1 + t x_2 - t x_1$

$\Rightarrow \quad x = (1-t) x_1 + t x_2$

$\Rightarrow \quad x = \frac{(1-t)x_1 + tx_2}{(1-t) + t}$

इसी प्रकार, $\quad y = \frac{(1-t)y_1 + t y_2}{(1-t) + t}$

$\Rightarrow$ बिन्दु (x, y) लाइन $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ को $t:(1-t)$ के अनुपात में विभाजित करता है।

69. (d) $\because$ ΔPBC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\begin{Vmatrix} \alpha & \beta & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{Vmatrix} = \frac{1}{2}|7\alpha + 7\beta - 14|$

पुन: ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\begin{Vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{Vmatrix}$

$= \frac{1}{2}|42 - 21 - 14| = \frac{7}{2}$

$\therefore \quad \frac{\Delta PBC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{7}{2}|\alpha + \beta - 2|}{\frac{7}{2}} = |\alpha + \beta - 2|$

70. (d) $\because$ त्रिभुज रेखाओं $x = y, x - 2y = 3$ तथा $x + 2y = -3$ द्वारा बनता है। इसलिए शीर्षों के निर्देशांक $A(-3, -3)$, $B(-1, -1)$ तथा $C\left(0, -\frac{3}{2}\right)$ हैं।

$\therefore \quad AB = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ तथा $BC = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

71. (d) माना $P(h,k)$ अभीष्ट बिन्दु है, तब

$$4PA^2 = 9PB^2$$

$\Rightarrow \quad 4(h^2 + k^2) = 9(h-4)^2 + 9(k+3)^2$

$\Rightarrow \quad 4h^2 + 4k^2 = 9(h^2 + 16 - 8h) + 9(k^2 + 9 + 6k)$

$\Rightarrow \quad 5h^2 + 5k^2 - 72h + 54k + 225 = 0$

$\therefore$ P के बिन्दुपथ का समीकरण निम्न है,

$$5x^2 + 5y^2 - 72x + 54y + 225 = 0$$

72. (a) $\therefore \quad h = \frac{1(a) + 2 \cdot 0}{2 + 1}$

तथा $\quad k = \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot b}{2 + 1}$

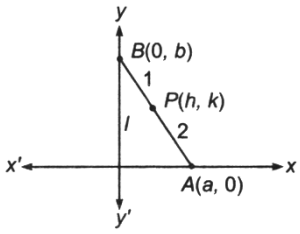
$\Rightarrow \quad h = \frac{a}{3}$ तथा $k = \frac{2b}{3}$

$\Rightarrow \quad a = 3h$ तथा $b = \frac{3k}{2}$

$\therefore \quad 9h^2 + \frac{9k^2}{4} = l^2$

$\Rightarrow \quad 36h^2 + 9k^2 = 4l^2$

अत: बिन्दु का बिन्दुपथ $36x^2 + 9y^2 = 4l^2$ है।



73. (d) हम जानते हैं कि यदि निर्देशांक अक्षों को θ घुमाया जाता है, तब

$$P = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$$

यहाँ $\theta = 135°$

$\therefore \quad P = [4\cos(90° + 45°) + 3\sin(90° + 45°),$

$4\sin(90° + 45°) - 3\cos(90° + 45°)]$

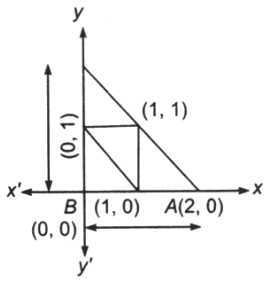
$= [-4\sin 45° + 3\cos 45°, 4\cos 45° + 3\sin 45°]$

$= \left[4 \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) + 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}, 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{7}{\sqrt{2}}\right)$

74. (b) दिए गए त्रिभुज के मध्य-बिन्दुओं के निर्देशांक $(0, 1)$, $(1, 1)$ तथा $(1, 0)$ हैं। इन बिन्दुओं को आलेख कागज पर चित्रित करते हैं तथा एक त्रिभुज की रचना करते हैं। अत: त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 2, 2 तथा $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ है।

अन्त:केन्द्र का x-निर्देशांक

$$= \frac{2 \times 0 + 2\sqrt{2}0 + 2 \cdot 2}{2 + 2 + 2\sqrt{2}}$$



$$= \frac{2}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

$$= 2 - \sqrt{2}$$

75. (c) विभाजन सूत्र से बिन्दु P के निर्देशांक जोकि AB को अन्त: विभाजित करता है, अनुपात 3 : 2 में विभाजित है।

$$P\left(\frac{3\times 2 + 2\times 1}{3+2}, \frac{3\times 4 + 2\times 1}{3+2}\right) \equiv P\left(\frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)$$

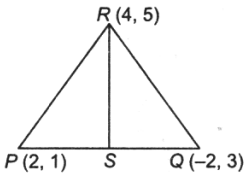
पुन: चूँकि L रेखा P से गुजरती है। अत: P के निर्देशांक $\left(\frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)$ को समीकरण $L : 2x + y = k$ में स्थापित करने पर,

$$2\left(\frac{8}{5}\right) + \left(\frac{14}{5}\right) = k \Rightarrow k = 6$$

76. (c) चूँकि माध्यिका शीर्ष से विपरीत भुजा को समद्विभाजित करती है अर्थात् S, PQ का मध्य-बिन्दु होगा।

$$S = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{2-2}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = \left(0, \frac{4}{2}\right) = (0, 2)$$

$(\because x_1 = 2, y_1 = 1, x_2 = -2, y_1 = 3)$



$\therefore$ रेखा RS का समीकरण

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \text{ के प्रयोग द्वारा}$$

$$\Rightarrow \quad y - 5 = \frac{2-5}{0-4}(x-4) \quad (\because x_1 = 4, y_1 = 5, x_2 = 0, y_2 = 2)$$

$$\Rightarrow \quad y - 5 = \frac{-3}{-4}(x-4)$$

$$\Rightarrow \quad 4y - 20 = 3x - 12$$

$$\Rightarrow 3x - 4y + 8 = 0$$

77. (b) दी गई रेखाओं का समीकरण,

$$x - 7y + 5 = 0 \quad \ldots(i)$$

तथा $$3x + y = 0 \quad \ldots(ii)$$

प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करने के लिए समी (i) तथा (ii) को हल करेगें।

$$x = 7y - 5 \quad \text{[समी (i) से]}$$

समी (ii) में x का मान रखने पर,

$$3(7y - 5) + y = 0$$

$$\Rightarrow \quad 21y - 15 + y = 0$$

$$\Rightarrow \quad 22y = 15$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{15}{22}$$

$$\therefore \text{ समी (i) से, } \quad x = \frac{7\times 15}{22} - 5 = \frac{105 - 110}{22}$$

$$\Rightarrow \quad x = -\frac{5}{22}$$

अत: बिन्दु $\left(-\frac{5}{22}, \frac{15}{22}\right)$ हैं।

अत: अभीष्ट रेखा का समीकरण,

$y - y_1 = m(x - x_1)$ के प्रयोग द्वारा,

जहाँ, $(x_1, y_1) = \left(\frac{-5}{22}, \frac{15}{22}\right)$ तथा $m = \frac{1}{0}$, y-अक्ष के समान्तर रेखा के लिए,

$$y - \frac{15}{22} = \frac{1}{0}\left(x + \frac{5}{22}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 0 = x + \frac{5}{22}$$

$$\Rightarrow \quad 22x + 5 = 0$$

78. (b) दी गई रेखाओं के समीकरण

$$y = m_1 x + c_1$$

$$y = m_2 x + c_2$$

$$y = m_3 x + c_3$$

समी (i) तथा (ii) को हल करने पर,

$$m_1 x + c_1 = m_2 x + c_2$$

$$\Rightarrow \quad m_1 x - m_2 x = c_2 - c_1$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2}$$

समी (i) से, $$y = m_1\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2}\right) + \frac{c_1}{1}$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{m_1 c_2 - m_1 c_1 + m_1 c_1 - m_2 c_1}{m_1 - m_2}$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{m_1 c_2 - m_2 c_1}{m_1 - m_2}$$

79. (c) दी गई समीकरण से,

$$m^2 + am + 2 = 0$$

$\because m$ वास्तविक है, $\quad a^2 \geq 8$

$$\Rightarrow \quad a \geq 2\sqrt{2}$$

$\therefore |a|$ का न्यूनतम मान $2\sqrt{2}$ है।

80. (c) रेखाओं $x - 2y = 1$ व $x + 3y = 2$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक $\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$ हैं।

$\because$ अभीष्ट रेखा $3x + 4y = 0$ के समान्तर है।

$\therefore$ अभीष्ट रेखा की प्रवणता $= -\frac{3}{4}$

अत: रेखा जो बिन्दु $\left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}\right)$ से होकर जाती है तथा जिसकी प्रवणता $-\frac{3}{4}$ है, का समीकरण निम्न है,

$$y - \frac{1}{5} = \frac{-3}{4}\left(x - \frac{7}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3x}{4} + y = \frac{21}{20} + \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3x + 4y}{4} = \frac{21 + 4}{20}$$

$$\Rightarrow \quad 3x + 4y = 5$$

$$\Rightarrow \quad 3x + 4y - 5 = 0$$

81. (b) दोनों कुलों से सम्बन्धित रेखा दो बिन्दुओं से होकर जाएगी, जिनमें पहला बिन्दु रेखाओं $x + 2y = 0$ व $3x + 2y + 1 = 0$ का प्रतिच्छेदन बिन्दु $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ है तथा दूसरा बिन्दु $x - 2y = 0$ व $x - y + 1 = 0$ का प्रतिच्छेदन बिन्दु $(-2, -1)$ है।

$\therefore$ बिन्दुओं $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ व $(-2, -1)$ से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण निम्न है,

$$y - \frac{1}{4} = \frac{-1 - \frac{1}{4}}{-2 + \frac{1}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 5x - 6y + 4 = 0$$

82. (c) रेखा $y = 3x - 1$ की प्रवणता $m = 3$ है। इस रेखा के समान्तर रेखा की प्रवणता $m_1 = 3$ है।

$\therefore$ रेखा का समीकरण

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

83. (d) रेखा $3x + y = 3$ के लम्बवत् रेखा का समीकरण $x - 3y + \lambda = 0$ जोकि $(2, 2)$ से होकर जाता है।

$$\Rightarrow \quad 2 - 6 + \lambda = 0$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = 4$$

$\therefore$ समीकरण $x - 3y + 4 = 0$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$$

$\therefore$ y-अक्ष का अन्तःखण्ड $\frac{4}{3}$ है।

84. (d) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ जोकि $(2, -3)$ तथा $(4, -5)$ से होकर जाती है। अतः

$\frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 1$ तथा $\frac{4}{a} - \frac{5}{b} = 1$

हल करने पर,

$$a = -1, b = -1$$

85. (a) दी गई रेखा $\sqrt{3}x + y + 2 = 0$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}\,x + y = -2$$

$$\Rightarrow \quad -\sqrt{3}x - y = 2$$

उपरोक्त समीकरण को

$\sqrt{(x \text{ का गुणांक})^2 + (y \text{ का गुणांक})^2}$ से भाग करने पर,

$$\Rightarrow \quad \frac{-\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad -\cos 30^\circ x - \sin 30^\circ y = 1$$

$$\Rightarrow \quad \cos(180^\circ + 30^\circ)x + \sin(180^\circ + 30^\circ)y = 1$$

86. (b) $\because$ a, b, c हरात्मक श्रेणी में हैं।

$$\therefore \quad \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

$\therefore$ सरल रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{1}{c} = 0$ सदैव बिन्दु $(1, -2)$ से होकर जाती है।

87. (a) $\because$ रेखा $ax + by + c = 0$ सदैव $(1, -2)$ से होकर जाती है।

$$\therefore \quad a - 2b + c = 0 \Rightarrow 2b = a + c$$

$\Rightarrow a, b$ व c समान्तर श्रेणी में हैं।

88. (a) $(2, 3)$ तथा $(3, -1)$ को जोड़ने वाली रेखा की प्रवणता,

$$m_1 = \frac{-1 - 3}{3 - 2} = -4$$

इस रेखा के लम्बवत् रेखा की प्रवणता, $m_2 = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$

$\therefore$ $(5, 2)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण,

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 5)$$

$$\Rightarrow \quad x - 4y + 3 = 0$$

89. (a) $-5 = \frac{2x_1 + 0}{3}$

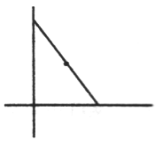
$$\Rightarrow \quad x_1 = \frac{-15}{2}$$

$$4 = \frac{0 + y_1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad y_1 = 12$$

$\therefore$ रेखा की समीकरण $\frac{x}{-15/2} + \frac{y}{12} = 1$

$$\Rightarrow \quad 8x - 5y + 60 = 0$$



90. (b) दिए गए रेखाओं के प्रतिच्छेदन से जाने वाली रेखा का समीकरण,

$$(2x + y - 5) + \lambda(x + 3y + 8) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x(2 + \lambda) + y(1 + 3\lambda) - 5 + 8\lambda = 0 \qquad \ldots(i)$$

यह लम्बवत् है,

$$3x + 4y = 7$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-(2 + \lambda)}{1 + 3\lambda} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = 1$$

समी (i) में रखने पर,

$$3x + 4y + 3 = 0$$